

## Método de división fácil para Soroban/Ábaco.

Aquí hay un método fácil para la división en el soroban o ábaco (quizás más adecuado a los sorobans, ya que suelen tener más varillas que los suanpan chinos). El método se desarrolló en un intento de facilitar la división al reducir la multiplicación mental tanto como fuera posible a favor de la comparación y la resta y también mediante la simplificación de la estimación del cociente. El método requiere un paso adicional para calcular el divisor multiplicado por cinco, pero este es un cálculo trivial, como se describe más abajo en la Nota 2.

El método es fundamentalmente una división larga, donde al divisor se le restan varias veces el fragmento de divisor calculado, pero con mejoras sobre el método de fuerza bruta total. Tener disponible el múltiplo de 5x del divisor significa que una resta puede reemplazar cinco, para dígitos de cinco o más en el cociente. Igualmente importante, asegura que para la estimación del dígito del cociente (decidir cuántas veces el divisor se dividirá en el fragmento de dividendo actual), después de restar el múltiplo de 5x del divisor si es necesario, nunca necesitaremos considerar un múltiplo mayor que cuatro veces el divisor. Esto también facilita hacer la estimación usando un “divisor de estimación” que es mayor que el divisor real y para el cual es muy fácil calcular mentalmente los múltiplos de 2x, 3x y 4x, mientras que al mismo tiempo asegura que nunca subestime el dígito del cociente en más de 1. Un beneficio adicional es que al tener el múltiplo de 5x del divisor, también tenemos disponible de un vistazo la mitad del divisor, lo que hace que sea un asunto trivial redondear el cociente a un número determinado de cifras significativas.

### Este método comparado con otros métodos de división en el ábaco

#### Pros:

Requiere menos esfuerzo mental que cualquier otro método que conozco: no hay tablas de división especiales para memorizar, y ni siquiera necesitas hacer ninguna multiplicación, que no sea multiplicar mentalmente el divisor de estimación de un dígito (2 – 9) o dos dígitos (12, 15 o 25) por 2, 3 o 4.

La revisión, cuando se requiera, es siempre revisar el cociente hacia arriba, restando el divisor del dividendo, y la revisión nunca se requerirá más de una vez por dígito del cociente.

Es razonablemente rápido.

Redondear el cociente es fácil.

Es un método sencillo de aplicar y de recordar para aquellos que solo ocasionalmente realizan divisiones en el ábaco.

Es aplicable a todos los divisores y dividendos: la cantidad de revisión requerida no depende en gran medida de los números particulares que se dividen.

#### Cons:

No es tan rápido como otros métodos, quizás no sea el mejor método cuando se necesita la máxima velocidad. Se requiere un paso adicional para calcular cinco veces el divisor (pero esto es muy fácil).

Se necesitan varillas adicionales para contener el múltiplo de 5x del divisor, por lo que es más adecuado para el soroban que para el suanpan, ya que los soroban suelen tener más varillas que los suanpan.

El procedimiento después de establecer el divisor y el dividendo y calcular  $5x$  el divisor es, como en la división larga normal, comenzar con el primer fragmento de dividendo que es mayor o igual que el divisor. Ahora compare este fragmento con el múltiplo  $5x$  del divisor; si es mayor que el múltiplo de  $5x$ , establezca el dígito del cociente apropiado en cinco y reste el múltiplo de  $5x$  del divisor del fragmento de dividendo para obtener un nuevo fragmento de dividendo. Ahora que sabemos que el divisor se dividirá en nuestro fragmento de dividendo actual un máximo de cuatro veces, en lugar de tratar de hacer una división mental con el divisor real para estimar el dígito del cociente (que se agregará al cero o al cinco ya establecidos), es más fácil usar un número mayor que el divisor pero que es mucho más fácil de multiplicar mentalmente por dos o tres o cuatro. Usar un número mayor que el divisor asegura que el dígito del cociente que estimamos nunca será demasiado grande y nunca restaremos demasiado del fragmento del dividendo y por lo tanto obtendremos un número negativo. Al elegir cuidadosamente el número que usamos para el divisor de estimación, también podemos asegurarnos de que nunca nos quedemos por debajo del dígito del cociente en más de uno. El divisor (normalizado entre uno y diez) caerá en uno de los rangos de la siguiente tabla. Para un divisor en un rango particular, use el divisor de estimación asociado. Por ejemplo, si el divisor es 372,6, pruebe si 4 dividirá los dos primeros dígitos del fragmento de dividendo una, dos, tres veces, cuatro veces o nada. Agregue este número al 0 o 5 ya establecido para el dígito del cociente y reste el divisor del fragmento de dividendo tantas veces. Luego verifique si el fragmento de dividendo ahora es menor que el divisor. Si no, incremente el dígito del cociente y resta el divisor una vez más. Cuando el fragmento del dividendo se haya reducido a menos que el divisor, repita el proceso para los dígitos del cociente sucesivos.

Estas instrucciones se pueden condensar en un algoritmo simple. Supongamos que comenzamos con el conjunto de problemas con el divisor a la izquierda, el dividendo en el medio y cinco veces el divisor en el extremo derecho del soroban con todas las demás barras puestas a cero. Suponga que el divisor tiene dígitos 'd' y el divisor de estimación asociado tiene dígitos 'e' (e será 1 o 2). Comience seleccionando la posición del dígito del cociente actual para que sea la segunda varilla a la izquierda del dígito más significativo del dividendo.

1. Compare el divisor con el grupo de dígitos 'd+1' justo a la derecha de la posición del dígito del cociente actual (el dígito más a la derecha de este grupo alineado con el dígito menos significativo del divisor). Si este grupo de dígitos (fragmento de dividendo) es mayor o igual que el divisor, vaya al paso 3. De lo contrario, vaya al paso 2.

2. Seleccione la nueva posición del dígito del cociente actual para que sea una varilla a la derecha del anterior y seleccione el nuevo fragmento de dividendo para que sean los dígitos 'd+1' a la derecha de la nueva posición del dígito del cociente actual. Vaya al paso 1.

3. Compare el divisor multiplicado por cinco con el fragmento de dividendo de dígitos 'd+1'. Si el fragmento es mayor o igual a cinco veces el divisor, resta cinco veces el divisor del fragmento y suma cinco al dígito del cociente actual. Vaya al paso 4. Si el fragmento era menos de cinco veces el divisor, vaya al paso 4.

4. El dígito del cociente actual en este punto es 0 o 5. Ahora debemos usar el divisor de estimación para encontrar cuánto agregar a esto. Compare el divisor de estimación al número de dígito 'e+1' justo a la derecha de la posición del dígito del cociente actual para determinar el mayor número entero de veces que el divisor de estimación se dividirá en el número de dígito 'e+1'. Agregue este número entero al dígito del cociente actual (0 o 5) y reste el divisor tantas veces del fragmento de dividendo de dígitos 'd+1'. La única excepción a esta regla es cuando el primer dígito del divisor es 9, haciendo que el divisor de la estimación sea igual a 10 (o 1) – En este caso no se necesita hacer una estimación de división; simplemente use el dígito que sigue al dígito del cociente actual como el dígito del cociente estimado que se sumará al dígito del cociente actual y se restará el divisor tantas veces del fragmento de dividendo de dígitos 'd+1'. Vaya al paso 5.

5. Compare el divisor con el fragmento de dividendo de dígito 'd+1' restante. Si el divisor es mayor que el fragmento, vaya al paso 2. Si el divisor es menor que o igual al fragmento, se necesita revisión. Reste el divisor del fragmento y sume uno al dígito del cociente actual. No se necesitarán más revisiones, así que vaya al paso 2.

Continúe el proceso anterior hasta que el dividendo restante sea cero (si el dividendo era un múltiplo entero del divisor), o hasta que se haya obtenido el número deseado de dígitos del cociente, en cuyo caso verifique si el último dígito del cociente debe redondearse hacia arriba. Si el fragmento de dígito 'd+1' a la derecha del siguiente dígito del cociente que se encuentra es mayor o igual que el divisor multiplicado por cinco, incremente el último dígito del cociente para redondear el cociente. Si el fragmento es más pequeño que el múltiplo de 5x del divisor, no es necesario redondear hacia arriba.

Para divisores entre	Utilice este divisor de estimación
1 a 1,2	1,2 (12)
1,2 a 1,5	1,5 (15)
1,5 a 2	2
2 a 2,5	2,5 (25)
2,5 a 3	3
3 a 4	4
4 a 5	5
5 a 6	6
6 a 7	7
7 a 8	8
8 a 9	9
9 a 10	10 (o 1) Caso especial (vea el paso 4 arriba)

La derivación de estos números se describe en la Nota 3 al final.

Algunos ejemplos le ayudarán a entender este método.

**Ejemplo 1:  $8710,8 / 11,9 = 732$**

Establezca el problema: divisor en el extremo izquierdo del soroban, dividendo en el medio, 5 veces el divisor en el extremo derecho. El divisor de estimación es 12.  $d=3, e=2$ .

U
119xxxxx0087108xxxxxx595
-595
119xxxxx5027608xxxxxx595
+2
-119
-119
119xxxxx7003808xxxxxx595
+3
-119
-119
-119
119xxxxx7300238xxxxxx595
+1
-119
119xxxxx7310119xxxxxx595
+1
-119
119xxxxx7320000xxxxxx595
U

Coloque el dividendo a la izquierda de una varilla de unidad por  $4-2-2 = 0$  varillas (dígitos del dividendo - dígitos del divisor - 2)  
 Ubique el dígito del cociente actual dos barras a la izquierda de 8, reste el divisor 5x de 0871 y ponga el primer dígito del cociente = 5

El divisor de estimación es 12 y divide el fragmento de dividendo 027, dos veces, así que suma 2 al cociente y resta el divisor dos veces del fragmento de dividendo 0276 (reste 1 dos veces, 1 dos veces, luego 9 dos veces)  
 Terminó con este dígito del cociente (0038 < 119)  
 El nuevo fragmento de dividendo 0380 es menor que 5x el divisor, no hay una estimación de resta de 5x.

El divisor 12 divide 038, 3 veces. Así que ponga el segundo dígito del cociente = 3 y reste el divisor 3 veces.  
 (reste 1 (3 veces), 1 (3 veces). 9 (3 veces)  
 Terminó con este dígito del cociente (0023 < 119)

El nuevo fragmento de dividendo (0023 < 119)  
 El nuevo fragmento de dividendo 0238 es menor 5x el divisor, no se resta 5x.  
 El divisor de estimación 12 se divide en 023 una vez, así que el tercer dígito del cociente es = 1 y reste el divisor 1 vez.

Dígito del cociente subestimado o igual.  
 Así que sume 1 al tercer dígito del cociente y reste una vez el divisor.

Terminado - el dígito menos significativo del cociente está en la barra de la unidad.

**Ejemplo 2: 8091 / 93 = 87**

Este ejemplo muestra cómo cuando el divisor comienza por nueve, lo que hace que el divisor de estimación sea igual a diez (o uno), la regla de dividir el dígito divisor de estimación 'e' entre los dígitos 'e+1' que sigue inmediatamente al dígito del cociente actual ya no se aplica. En su lugar, solo se usa el primer dígito del dividendo que sigue al dígito del cociente actual, para agregarlo al 0 o al 5 ya determinado.

Establezca el problema: divisor en el extremo izquierdo del soroban, dividendo en el medio, 5 veces el divisor en el extremo derecho. Divisor de estimación = 1, d = 2, e = 1

Caso especial: no se necesita divisor de estimación, solo use el primer dígito del fragmento de dividendo como el cociente estimado

U 93xxxx <b>00</b> 8091xxxx465
93xxxx <b>00</b> 8091xxxx465 5 -465
93xxxx <b>05</b> 3441xxxx465  +3 -93 -93 -93
93xxxx <b>08</b> 0651xxxx465  5 -465
93xxxx <b>08</b> 5186xxxx465  +1 -93
93xxxx <b>08</b> 6093xxxx465 +1 -93
93xxxx <b>08</b> 7000xxxx465 U

coloque el dividendo a la izquierda de una varilla de unidad por 4-2-2 = 0 varillas

ponga el cociente actual dos barras a la izquierda del 8  
93 no entra en 080, así que añade un dígito al fragmento del dividendo y mueve el cociente actual una barra a la derecha

El fragmento del dividendo 809 es mayor que el divisor 5x  
ponga el primer dígito del cociente = 5  
resta 5x el divisor

El divisor estimado 1 divide 3 (el primer dígito del fragmento del dividendo) 3 veces, o, simplemente utilice 3 como cociente estimado y súmelo al 5 y reste el divisor 3 veces

Terminamos con este dígito del cociente (065 < 93)  
El nuevo fragmento de dividendo 651 es mayor que 5x divisor  
ponga el segundo dígito del cociente = 5  
reste 5x el divisor

de nuevo, utilice el primer dígito del fragmento (1) como el cociente estimado, súmelo al 5 y reste el divisor.

El fragmento del dividendo = divisor, revisión necesaria  
Así que sume 1 al segundo dígito del cociente y reste una vez el divisor.

Terminado - el dígito menos significativo del cociente está en U la barra de la unidad

**Ejemplo 3: 2908108 / 734 = 3962**

Establezca el problema: divisor en el extremo izquierdo del soroban, dividendo en el medio, 5 veces el divisor en el extremo derecho. Divisor de estimación = 8, d = 3, e = 1

U
734xxx002908108xxxxx3670
734xxx002908108xxxxx3670
+3
- 734
- 734
- 734
734xxx030706108xxxxx3670
5
- 3670
734xxx035339108xxxxx3670
+4
- 734
- 734
- 734
- 734
734xxx039045508xxxxx3670
5
- 3670
734xxx039508808xxxxx3670
+1
- 734
734xxx039601468xxxxx3670
1
- 734
734xxx039610734xxxxx3670
+1
- 734
734xxx039620000xxxxx3670
U

Coloque el dividendo a la izquierda de una barra de unidad por 7-3-2 = 2 barras.

Ubique el dígito del cociente actual dos barras a la izquierda de 2, 734 no entra en 0290, así que agregue un dígito al fragmento de dividendo y mueva el cociente actual una barra a la derecha

El fragmento de dividendo 2908 es menor que el divisor 5x, no hay resta 5x.

El divisor de estimación 8 se divide en 29 3 veces, así que establezca el primer dígito del cociente = 3 y reste el divisor 3 veces.

Terminó con este dígito del cociente (0706 < 734)

El nuevo fragmento de dividendo 7061 es mayor que 5x divisor. Ponga el segundo dígito del cociente = 5

reste 5x el divisor

El divisor estimado 8 divide 33, 4 veces

sume 4 al segundo dígito del cociente

reste el divisor 4 veces.

Terminó con este dígito del cociente (0455 < 734)

El nuevo fragmento de dividendo 4550 es mayor que 5x el divisor, ponga el tercer dígito del cociente = 5

reste 5x el divisor

el divisor estimado 8 divide en 08 1 vez

sume 1 al tercer dígito del cociente

reste el divisor una vez

terminó con este dígito cociente (0146 < 734)

el nuevo fragmento de dividendo 1468 es menos de 5x el divisor. El divisor estimado 8 se divide en 14 una vez. ponga el cuarto dígito del cociente = 1 reste el divisor una vez

fragmento de dividendo > o = divisor. indica Subestimado, revise.

Así que sume 1 al cuarto dígito del cociente y reste una vez el divisor.

Terminado: el dígito menos significativo del cociente está en la barra de la unidad

Redondeando:

En el ejemplo anterior, si solo quisiéramos que el cociente tuviera tres dígitos significativos, podríamos haber redondeado la solución después de calcular solo tres dígitos del cociente.

Volviendo al punto donde acabamos de determinar el tercer dígito del cociente (6):

734xxx039601468xxxx3670

Para determinar si el cociente debe ser o no 3960 o debemos redondearlo a 3970, solo necesitamos comparar el siguiente fragmento de dividendo, 1468, con el múltiplo del divisor 5x, 3670 (en realidad estamos comparando el resto 146,8 con la mitad del divisor 367,0).

Como 1468 es menor que 3670, no redondeamos al tercer dígito del cociente, por lo que la solución, a tres dígitos significativos, es 3960.

**Nota 1.** Cuando hago varias restas del divisor, me resulta más fácil realizar todas las restas en una barra, luego pasar a la barra derecha y hacer todas las restas, luego la siguiente barra, etc. Entonces, por ejemplo, si tuviera que restar 734 tres veces, restaría 7 tres veces, luego me movería una barra a la derecha y restaría 3 tres veces, luego me movería a la derecha nuevamente y restaría 4 tres veces. Esto me parece más fácil y rápido, pero, por supuesto, puedes restar 734 tres veces si así lo prefieres. Una forma de acortar el proceso de restas múltiples que a veces se puede usar es duplicar mentalmente el divisor y restarlo, así dos restas se pueden reducir a uno, tres restas a dos y cuatro restas a dos. Para divisores largos que no se duplican fácilmente mentalmente, probablemente sea mejor hacer todas las restas.

**Nota 2.** Calcular el divisor multiplicado por cinco: coloque el divisor en el extremo derecho del soroban, a excepción de la varilla más a la derecha que permanece limpia a cero. Usando esta varilla más a la derecha como el dígito menos significativo, hemos multiplicado el divisor por diez y ahora debemos dividir por dos. Comenzando en la barra más a la derecha, proceda de la siguiente manera:

1. Si el número en la barra es par, vaya al paso 2, de lo contrario, disminuya el número para hacerlo par y agregue cinco a la barra de la derecha moviendo su cuenta del cielo a la viga opuesta. Ahora vaya al paso 2.
2. Reste la mitad de la cuenta en la barra.
3. Muévase una barra hacia la izquierda y repita los pasos 1 y 2; continúe hasta que todas las que no estén en cero se hayan procesado, ahora tenemos 5 veces el divisor en el extremo derecho del soroban.

**Nota 3.** Determinación de los “divisores de estimación”

El objeto es, para cualquier divisor, encontrar un número de uno o dos dígitos, mayor que los dígitos correspondientes del divisor real, para usarlo como divisor de prueba para determinar un dígito del cociente estimado. El divisor de estimación debe ser un número cuyos múltiplos de  $2x$ ,  $3x$  y  $4x$  puedan calcularse mentalmente sin esfuerzo. El uso de un divisor de estimación mayor que el divisor real garantiza que nunca sobrepasaremos el dígito del cociente, de modo que cuando multiplicamos el divisor real por el dígito del cociente estimado, nunca tendremos un producto mayor que el fragmento de dividendo actual al que se le va a restar este producto. Nunca tendremos que revisar el dígito del cociente hacia abajo, pero, por supuesto, es posible que tengamos que revisar hacia arriba. Pero no queremos necesitar revisión por más de uno, ya que cada revisión requiere otra resta del divisor del fragmento de dividendo. El problema es, para cualquier divisor dado, determinar el mejor divisor de estimación.

Sabemos que, habiendo ya restado, si es necesario, cinco veces el divisor del fragmento de dividendo, el divisor real y el divisor de estimación solo dividirán en el fragmento de dividendo un máximo de cuatro veces. ¿Cuánto más grande que el divisor real podemos hacer el divisor de estimación sin peligro de estimar un dígito del cociente más pequeño que el dígito del cociente real en más de uno? Sea  $d$  = el divisor real,  $e$  = el divisor de estimación,  $q$  = el dígito del cociente real y  $D$  = el fragmento de dividendo. La peor situación es cuando el divisor se divide en el fragmento de dividendo exactamente  $q$  veces:  $D = q*d$ . ¿Cuánto más grande puede ser  $e$  en relación con  $d$  para que  $e$  se divida en el fragmento de dividendo exactamente  $q-1$  veces (de modo que si  $e$  fuera más grande, estimaríamos que el dígito del cociente es  $q-2$ ); es decir cuando  $D = (q-1)*e$  ?

Tenemos  $D = q*d$  y  $D = (q-1)*e$ , entonces  $q*d = (q-1)*e$  o  $e = d*(q/q-1)$ . sabemos que  $q$  es un máximo de cuatro, por lo que podríamos tener  $e = (4/3)*d$ , o  $(3/2)*d$ , o  $(2/1)*d$ . El más pequeño de estos es  $4/3$  y esto asegurará que no subestimemos el cociente por más de uno. Tenga en cuenta que si no hubiéramos restado primero  $5x$  el múltiplo del divisor (cuando sea necesario), el dígito del cociente podría ser cualquier número hasta nueve y nos limitaría a un divisor de estimación de no más de  $9/8$  de  $d$  para asegurar que nunca subestimemos el verdadero dígito del cociente en más de uno.

Entonces, ahora que sabemos que nuestro divisor de estimación puede ser un máximo de  $4/3$  del divisor real sin subestimar el dígito del cociente en más de uno, ¿cómo elegimos un buen conjunto de divisores de estimación?. Podríamos empezar en 1 y simplemente multiplicar por  $4/3$ , entonces el divisor estimado para todos los divisores entre 1 y 1,333... sería 1,333..., para todos los divisores entre 1,333... y 1,777... sería 1,777..., etc. Estos no son números para los que podamos calcular fácilmente los múltiplos de  $2x$ ,  $3x$  y  $4x$ , pero podemos elegir cualquier número más pequeño, así que usamos estos divisores de estimación que son fáciles de multiplicar por 2 o 3 o 4 y aún son menores o iguales a  $4/3$  veces el mínimo divisor real en el rango correspondiente (todo normalizado entre uno y diez; cambie el punto decimal según lo requiera el problema):

Para divisores entre	Use un divisor estimado	Est. divisor/min. divisor
1 y 1,2	1,2 (o 12)	1,2/1 = 1,20
1,2 y 1,5	1,5 (o 15)	1,5/1,2 = 1,25
1,5 y 2	2	2/1,5 = 1,333,,,
2 y 2,5	2,5 (o 25)	2,5/2 = 1,25
2,5 y 3	3	3/2,5 = 1,20
3 y 4	4	4/3 = 1,3333,,,
4 y 5	5	5/4 = 1,25
5 y 6	6	6/5 = 1,20
6 y 7	7	7/6 = 1,166...
7 y 8	8	8/7 = 1,143...
8 y 9	9	9/8 = 1,125
9 y 10	10 (o 1)	10/9 = 1,111...

Los divisores de estimación de un solo dígito se dividirán en el número de dos dígitos justo a la derecha de la posición del dígito del cociente actual y los divisores de estimación de dos dígitos (12, 15 y 25) se dividirán en el número de tres dígitos justo a la derecha de la posición actual del dígito del cociente. Todos estos cocientes de estimación tendrán una parte entera de 0, 1, 2, 3 o 4.

\* *Excepción a la regla:* para divisores entre 9 y 10, utilizando un divisor de estimación de 10, el cambio a una nueva decena para el divisor de estimación significa que el fragmento de dividendo debe desplazarse un dígito antes de dividir el divisor de estimación. El efecto neto es que dividimos el 10 en el número de dos dígitos solo a la derecha de la posición del dígito del cociente actual (en lugar de en el número de tres dígitos) o, de manera equivalente, podemos usar 1 como el divisor de estimación y dividirlo en el número de un solo dígito justo a la derecha de la posición del dígito del cociente actual. Pero esto es lo mismo que simplemente usar el número de un solo dígito a la derecha de la posición del dígito del cociente actual, como el nuevo dígito del cociente que se agregará al 0 o 5 previamente determinado y no se necesita una división de estimación.

Steve Treadwell

Original-enero, 2020

v2 -Editado, se cambió un divisor de estimación (1,25 a 1,2) - junio de 2021

v3 - corrección de erratas - junio, 2021

v4: se agregó un caso excepcional para el divisor con el primer dígito de 9, se agregó otro ejemplo para ilustrar esto - junio, 2021